第 14 卷 第 4 期
2005 年 8 月

系 统 工 程 理 论 方 法 应 用
SYSTEMS ENGINEERING- THEORY METHODOLOGY APPLICATIONS

Vol. 14 No. 4
Aug. 2005

文章编号: 1005-2542(2005)04-0318-04

一条路上的占线可恢复加拿大旅行者问题混合策略

徐寅峰[a,b], 马丽娟[a], 苏 兵[a], 玄 宇[a]
(西安交通大学 a. 管理学院; b. 机械制造工程重点实验室, 西安 710049)

【摘要】针对旅行者在行走过程中遇到某一或一系列无法预知的堵塞事件的可恢复加拿大旅行者问题,考虑堵塞只发生在一条特殊路径上且堵塞可恢复的情形,提出了以一定概率分布对等待与迂回策略进行选择的混合策略,并讨论了无偏好和有偏好混合策略以及相应策略下的竞争性能比。

关键词: 占线可恢复加拿大旅行者问题; 竞争性能比; 混合策略
中图分类号: TB 114.1　　文献标识码: A

The Mixed Strategy Research on Online Recoverable Canadian Traveler Problem on One Road

XU Yin-feng[a,b], *MA Li-juan*[a], *SU Bing*[a], *XUAN Yu*[a]
(a. School of Management, China; b. The State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong Univ., Xi'an 710049, China)

【Abstract】The online recoverable Canadian traveler problem on one road is considered for the case when the blockages occur one by one without any predictable information except its recover time during the travel process. The mixed strategy that the traveler chooses waiting strategy and circuity strategy with some probabilities is proposed. The mixed strategy with preference and mixed strategy without preference and their performances of competitive ratio are analyzed.

Key words: online recoverable Canadian traveler problem; competitive ratio; mixed strategy

加拿大旅行者问题(Canadian Traveler Problem, CTP)首先由 Papadimitriou 等[1]提出,是指旅行者按照一张既定的交通网络图,在从出发地抵达目的地的行走过程中,遇到了由于自然灾害或交通事故等突发事件造成的某一或一系列堵塞,而旅行者无法预知这些堵塞的发生,从而研究在这种不确定情况下如何制定一个有效的行走策略问题。针对这类只知道当前信息而对未来一无所知,又必须做出决策,具有较强动态特征的问题,占线(online)问题与竞争策略提供了一种新的思路,这种方法在变化因素的每个特例中都给出一个方案,使得这一方案得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内[2,3]。

收稿日期: 2004-09-29　修订日期: 2005-01-25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10371094, 70121001)
作者简介: 徐寅峰(1962-),男,教授。

可恢复加拿大旅行者问题(Recoverable CTP)是指堵塞的边在一定时间后能够恢复,而且恢复的时间是可知的。Bar-Noy 等[4]分析了每条边均以一定的概率发生堵塞且每个堵塞的发生相互独立,每条边的堵塞持续时间均小于该边通过时间的随机型可恢复加拿大旅行者问题,给出了复杂度为 $O(m\log n)$(网络图的顶点数为 n,边的个数为 m)的旅行时间期望最小的求解算法;还分析了堵塞可恢复的确定型路径选择问题,给出了最多有 k 条边堵塞,每条边的堵塞时间均小于该边通过时间的最坏情形下的最小旅行时间算法,并证明了算法的复杂性为 $O(k^2m+kn\log n)$(网络图的顶点数为 n,边的个数为 m,堵塞边的个数为 k)。

文献[5]中分析了基于一条特殊路径的可恢复加拿大旅行者问题,即旅行者考虑车辆行驶成本的因素,通常不选择路况差、交通设施不完备的道路,而常常选择一条从起始节点至终节点,由高速路或

干道组成的行走路径(以下简称经济路径), 从而节约成本。

本文针对一条特殊路径(经济路径)上的可恢复 CTP, 从占线问题与竞争策略的角度出发, 引入策略的概率选择, 讨论了基于等待和迂回策略的混合策略及其竞争性能比。通过对所讨论的问题进行描述与定义, 分别给出了无偏好和有偏好混合策略以及相应的竞争性能比, 最后对两种混合策略的竞争性能进行了讨论。

1 问题描述和基本定义

假定旅行者需要从出发地 s 到达目的地 t, 选择了一条由 s 到 t 的经济路径, 旅行者在沿着这条路径的行进过程中, 遇到因某一或一系列无法预测的突发事件造成的堵塞, 如交通事故、大雪等, 假设堵塞是可以恢复的, 且旅行者在到达堵塞发生地时可以获取堵塞恢复时间的相关信息, 而旅行者每次遇到堵塞时, 可在等待与迂回策略中进行选择, 应制定何种行走策略。针对上述问题, 下面给出定义和数学模型。

记交通网络图为 $G(V, E)$, G 为一连通图, V 表示 G 中节点的集合, E 是 G 中边的集合。s 表示出发地, t 表示目的地, $R(e_1, e_2, \cdots, e_k)$ 表示 k 条堵塞边组成的堵塞序列。如果堵塞序列 $R(e_1, e_2, \cdots, e_K)$ 的发生情况事先预知, 作为离线问题, 应用动态规划的方法就可以找到一条从 s 到 t 的经济路径。

用 $C_{\mathrm{opt}}(R)$ 表示占线问题对应的离线问题中 s 到 t 的最优费用, $C_A(R)$ 表示在策略 A 下 s 到 t 的总费用, 经典的占线问题中, 竞争性能比是一个与序列事件无关的常数, 即存在与序列事件无关的常数 α 和 β 使得 $C_A(R) \le \alpha \cdot C_{\mathrm{opt}}(R) + \beta$ 成立, 称 α 为策略 A 的竞争性能比。文献[1]中证明了 CTP 在堵塞边数量不确定的情形下不存在常数竞争性能比。针对该问题, 引用函数竞争性能比的定义[6]: 如果存在一个与堵塞事件 $R(e_1, e_2, \cdots, e_k)$ 发生的个数有关的函数 $f(k)$, 使得如下关系式成立:

$$C_A(R) \le f(k) C_{\mathrm{opt}}(R)$$

则称 $f(k)$ 为策略 A 的竞争性能比。竞争性能比是对占线问题的策略效用的衡量, 如果竞争性能比较大, 说明占线问题所采用策略的费用同与之对应的离线问题的最优费用的偏离较大。对于同一假设的成本或费用问题, $f(k)$ 越接近于 1 竞争性能越好。

为便于讨论, 在此对时间和距离不加以区分, 所有的讨论基于以下假设:

(1) 堵塞均出现在经济路径上, 且在完全无法预知的情况下逐个顺序出现;

(2) 只有到达了堵塞边的起始节点时, 才知道堵塞发生;

(3) 在到达堵塞边的起始节点时, 可以获取堵塞恢复时间的相关信息;

(4) 总能够找到一条路径, 从堵塞边的起始节点出发绕行并回到经济路径的某一节点, 该节点位于堵塞边的起始节点之后。

2 策略与竞争性能比分析

针对该问题, 文献[5]中提出的混合策略实际上是一个贪婪策略, 而本文提出的混合策略则是以一定的概率分布对可选策略进行选择, 具体描述如下:

假定旅行者可选的确定型行走策略集合 $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_k\}$, 则旅行者以概率分布 $p = (p_1, p_2, \cdots, p_k)$ 选择这 k 个策略称为一个"混合策略", 其中, $0 \le p_i \le 1$ ($i = 1, 2, \cdots, k$) 且 $p_1 + p_2 + \cdots + p_k = 1$。

用 S_w、S_c 表示等待策略与迂回策略, 那么确定型可选行走策略集合为 $S = \{S_w, S_c\}$; 用 r_i 表示堵塞边 e_i 的起始节点, r_i' 表示经济路径上采用迂回策略由 r_i 开始绕行回到经济路径上的节点, $t'(e_i)$ 表示堵塞 e_i 的恢复时间, $t''(e_i)$ 表示由堵塞边 e_i 的起节点 r_i 开始回到经济路径上的 r_i' 的迂回时间, $t(e_i)$ 表示无堵塞出现时, 经济路径上 r_i 到 r_i' 的通过时间, 则 $C_w(e_i) = t'(e_i) + t(e_i)$ 表示在堵塞 e_i 处采用等待策略的费用, $C_c(e_i) = t''(e_i)$ 表示在堵塞 e_i 处采取迂回策略的费用。令

$$a_i = \frac{t''(e_i)}{t(e_i)}, \qquad a = \max\{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$$

$$b_i = \frac{t'(e_i) + t(e_i)}{t(e_i)}, \qquad b = \max\{b_1, b_2, \cdots, b_k\}$$

$$i = 1, 2, \cdots, k$$

基于两种不同的策略选择概率的确定原则, 本文给出了以下两种混合策略。

2.1 无偏好混合策略

无偏好混合策略: 旅行者每次遇到堵塞时, 以概率 α_{wi} ($0 \le \alpha_{wi} \le 1$) 选择 S_w, 以概率 α_{ci} ($0 \le \alpha_{ci} \le 1$) 选择 S_c, 选择依据为

$$\alpha_{wi} C_w(e_i) = \alpha_{ci} + C_c(e_i) \quad (\alpha_{wi} + \alpha_{ci} = 1)$$

用 $C_M(R)$ 表示无偏好混合策略 M 下的总费用, 它由两部分组成, 一部分是在经济路径上遇到堵塞后, 通过这 k 个堵塞的费用, 用 $C_M(M)$ 表示; 另一部分是在经济路径上旅行者通过的那些没有发生堵塞的边的费用, 用 $C_M(E)$ 表示。

定理 1 无偏好混合策略下的竞争性能比是

$1+\dfrac{a+b}{2}$, 即

$$C_M(R)\le\left(1+\frac{a+b}{2}\right)C_{\mathrm{opt}}(R)$$

证明 根据无偏好混合策略的定义, 可得:

$$\alpha_{wi}[t'(e_i)+t(e_i)]=\alpha_{ci}t''(e_i)$$

因为

$$\alpha_{wi}+\alpha_{ci}=1$$

所以

$$\alpha_{wi}[t'(e_i)+t(e_i)]=(1-\alpha_{wi})t''(e_i)$$

$$\alpha_{wi}[t(e_i)+t''(e_i)+t'(e_i)]=t''(e_i)$$

$$\alpha_{wi}=\frac{t''(e_i)}{t''(e_i)+t'(e_i)+t(e_i)} \tag{1}$$

$$\alpha_{ci}=\frac{t'(e_i)+t(e_i)}{t''(e_i)+t'(e_i)+t(e_i)} \tag{2}$$

因为

$$C_M(M)=\sum_{i=1}^{k}[\alpha_{wi}(t'(e_i)+t(e_i))+\alpha_{ci}t''(e_i)] \tag{3}$$

故由式(1)～(3)得:

$$C_M(M)=\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{t''(e_i)}{t''(e_i)+t'(e_i)+t(e_i)}(t'(e_i)+t(e_i))+\frac{t'(e_i)+t(e_i)}{t''(e_i)+t'(e_i)+t(e_i)}t''(e_i)\right]=$$
$$2\sum_{i=1}^{k}\frac{t''(e_i)t'(e_i)+t''(e_i)t(e_i)}{t''(e_i)+t'(e_i)+t(e_i)}$$

因为

$$C_M(R)=C_M(E)+C_M(M)$$

所以

$$C_M(R)=C_M(E)+2\sum_{i=1}^{k}\frac{t''(e_i)t'(e_i)+t''(e_i)t(e_i)}{t''(e_i)+t'(e_i)+t(e_i)} \tag{4}$$

把 $a_i=\dfrac{t''(e_i)}{t(e_i)}$, $b_i=\dfrac{t'(e_i)+t(e_i)}{t(e_i)}$ 代入式(4)中, 得:

$$C_M(R)=C_M(E)+$$
$$2\sum_{i=1}^{k}\frac{a_it(e_i)(b_i-1)t(e_i)+(b_i-1)t(e_i)t(e_i)}{(b_i-1)t(e_i)+a_it(e_i)+t(e_i)}\le$$
$$C_{\mathrm{opt}}(R)+2\sum_{i=1}^{k}\frac{a_i(b_i-1)t(e_i)+(b_i-1)t(e_i)}{(b_i-1)+a_i+1}=$$
$$C_{\mathrm{opt}}(R)+2\sum_{i=1}^{k}\frac{(a_i+1)(b_i-1)}{(b_i-1)+(a_i+1)}t(e_i)$$

因为

$$(a_i+1)(b_i-1)\le\frac{[(a_i+1)+(b_i-1)]^2}{4}$$

所以

$$C_M(R)\le C_{\mathrm{opt}}(R)+$$
$$2\sum_{i=1}^{k}\frac{\frac{1}{4}[(a_i+1)+(b_i-1)]^2}{(a_i+1)+(b_i-1)}t(e_i)=$$
$$C_{\mathrm{opt}}(R)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}[(a_i+1)+(b_i-1)]t(e_i)\le$$
$$C_{\mathrm{opt}}(R)+\frac{1}{2}(a+b)\sum_{i=1}^{k}t(e_i)\le$$
$$C_{\mathrm{opt}}(R)+\frac{1}{2}(a+b)C_{\mathrm{opt}}(R)=$$
$$\left(1+\frac{a+b}{2}\right)C_{\mathrm{opt}}(R)$$

由以上证明可知, 无偏好混合策略的竞争性能比为 $1+(a+b)/2$, 且该策略的竞争性能比与堵塞出现的个数和位置无关。

2.2 有偏好混合策略

有偏好混合策略: 旅行者每次遇到堵塞时, 均以确定概率 $\lambda(0\le\lambda\le1)$ 选择 S_w, 以确定概率 $\beta(0\le\beta\le1)$ 选择 S_c, λ, β 由旅行者对策略 S_w、S_c 的偏好决定。用 $C_{M'}(R)$ 表示有偏好混合策略 M' 下的总费用。$C_{M'}(M)$ 表示在有偏好混合策略 M' 下在经济路径上遇到堵塞后, 通过这 k 个堵塞的总费用; $C_{M'}(E)$ 表示策略 M' 下在经济路径上旅行者通过的未发生堵塞的那些边的费用。

定理 1 有偏好混合策略下的竞争性能比是 $1+\lambda b+\beta a$, 即 $C_{M'}(R)\le(1+\lambda b+\beta a)C_{\mathrm{opt}}(R)$。

证明 由 $C_{M'}(R)$、$C_{M'}(M)$ 和 $C_{M'}(E)$ 的定义得

$$C_{M'}(R)=C_{M'}(M)+C_{M'}(E) \tag{5}$$

根据有偏好混合策略的定义, 可得:

$$C_{M'}(M)=\sum_{i=1}^{k}[\lambda(t'(e_i)+t(e_i))+\beta t''(e_i)] \tag{6}$$

将式(6)代入式(5)中, 得:

$$C_{M'}(R)=\sum_{i=1}^{k}[\lambda(t'(e_i)+t(e_i))+\beta t''(e_i)]+C_{M'}(E) \tag{7}$$

把 $a_i=\dfrac{t''(e_i)}{t(e_i)}$, $b_i=\dfrac{t'(e_i)+t(e_i)}{t(e_i)}$ 代入式(7), 得:

$$C_{M'}(R)=\sum_{i=1}^{k}[\lambda((b_i-1)t(e_i)+t(e_i))+\beta a_it(e_i)]+C_{M'}(E)$$

因为 $a=\max\{a_1,a_2,\cdots,a_k\}$, $b=\max\{b_1,b_2,\cdots,b_k\}$, 所以

$$C_{M'}(R)=\sum_{i=1}^{k}[\lambda((b_i-1)t(e_i)+t(e_i))+\beta a_it(e_i)]+C_{M'}(E)=$$

$$\sum_{i=1}^{k}\lambda b_i t(e_i) + \sum_{i=1}^{k}\beta a_i t(e_i) + C_M'(E) \le$$
$$\lambda b + \sum_{i=1}^{k} t(e_i) + \beta a\sum_{i=1}^{k} t(e_i) + C_M'(E) \le$$
$$(\lambda b + \beta a)\sum_{i=1}^{k} t(e_i) + C_{\mathrm{opt}}(R) \le$$
$$(\lambda b + \beta a)C_{\mathrm{opt}}(R) + C_{opt}(R) =$$
$$(1 + \lambda b + \beta a)C_{\mathrm{opt}}(R)$$

因此, 有偏好混合策略的竞争性能比为 $1+\lambda b+\beta a$, 且该策略的竞争性能比与堵塞发生的个数以及位置无关。

2.3　竞争性能比分析

文献[5]中给出的混合策略是旅行者在行走过程中遇到堵塞时, 比较迂回与等待的性能, 选择性能好的作为行走方式, 或等待, 或迂回, 是一种确定型策略。该策略体现了贪婪的思想, 即总是寻求当前利益最大化。

本文提出的混合策略则是以一定的概率分布对策略和迂回策略进行选择。基于两种不同的概率确定原则, 提出了无偏好和有偏好混合策略。无偏好混合策略是指旅行者在每次遇到堵塞时, 都要保证选择等待和迂回策略获取的收益相等, 体现了一种“均衡”思想: 有偏好混合策略是指旅行者在每次遇到堵塞时, 均以不变的概率分布对等待和迂回策略进行选择, 体现了决策者对可选策略的一种固定偏好。

3　算例分析

假设从起点 s 到终点 t 的行驶过程中, 在选定的经济路径上碰到了 5 次堵塞, 分别是 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, 各段的行驶时间及迂回时间如图 1 所示。

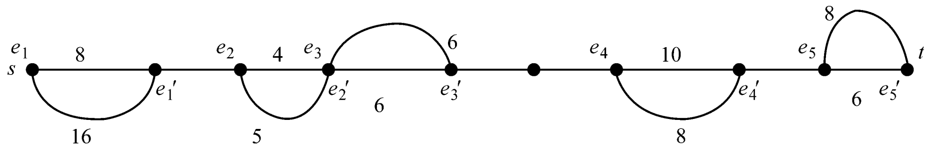

图 1　e_1～e_5 的行驶和迂回时间

令:

$t(e_1)=8,\quad t(e_2)=4,\quad t(e_3)=6,$
$t(e_4)=10,\quad t(e_5)=6$
$t'(e_1)=4,\quad t'(e_2)=2,\quad t'(e_3)=2,$
$t'(e_4)=1,\quad t'(e_5)=2$
$t''(e_1)=16,\quad t''(e_2)=5,\quad t''(e_3)=6,$
$t''(e_4)=10,\quad t''(e_5)=8$

则

$t'(e_1)+t(e_1)=12,\quad t'(e_2)+t(e_2)=6,$
$t'(e_3)+t(e_3)=8,\quad t'(e_4)+t(e_4)=11$
$t'(e_5)+t(e_5)=8$

因为

$$a=\max\{a_1,a_2,\cdots,a_k\},\quad a_i=\frac{t''(e_i)}{t(e_i)}$$
$$b=\max\{b_1,b_2,\cdots,b_k\},\quad b_i=\frac{t'(e_i)+t(e_i)}{t(e_i)}$$
$$i=1,2,\cdots,k$$

可得到

$a_1=2,\quad a_2=1.25,\quad a_3=1,$
$a_4=1,\quad a_5=1.33$
$a=\max\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}=2$
$b_1=1.5,\quad b_2=1.5,\quad b_3=1.33,$
$b_4=1.1,\quad b_5=1.33$
$b=\max\{b_1,b_2,b_3,b_4,b_5\}=1.5$

无偏好混合策略的竞争比为 $1+\frac{a+b}{2}=1+\frac{2+1.5}{2}=2.75$, 有偏好混合策略的竞争比为 $1+\lambda b+\beta a$, 其中, λ, β 由旅行者对策略 S_w、S_c 的偏好决定。当 $\lambda=\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{1}{2}$时, 有偏好混合策略的竞争比等于无偏好混合策略的竞争比为 2.75; 当 $\lambda=1/3$, $\beta=2/3$时, 有偏好混合策略的竞争比为 2.83; 当 $\lambda=2/3$, $\beta=1/3$ 时, 有偏好混合策略的竞争比为 2.66。

由给出的算例数据分析, 5 个堵塞中有 3 个堵塞处采用等待策略的时间大于采用迂回策略的时间, 有 1 个堵塞处采用等待策略的时间与迂回策略的时间相同, 还有 1 处是等待策略的时间小于迂回策略的时间, 即使在该情况下, 采用有偏好混合策略, 且对等待策略的偏好大于对迂回策略的情况下, 有偏好混合策略的竞争比好于一般单纯采取某种策略的结果。但是在采用有偏好混合策略下, 如果大部分堵塞情况下的等待策略时间大于迂回策略的时间, 那么在对迂回策略的偏好概率大于对等待策略的偏好概率下, 有偏好混合策略的竞争大于无偏好混合策略的竞争比。反之, 亦然。

(下转第 325 页)

$t_1^* = 4.30$, 等于方程(22)参数的解。

表 2　各订货时刻及相应的利润

	t_1						
	3.72	3.91	4.11	4.30	4.50	4.69	4.89
J	1 983.31	2 036.66	2 097.57	2 166.72	2 156.33	2 137.18	2 116.83

5　结　语

应用最大值原理和最优脉冲控制理论, 探讨了存贮系统的最优订购策略, 进一步拓展了库存控制的研究方法; 同时, 考虑了存货影响销售率和经营周期末的退货等因素对变质性物品存贮管理的影响, 从而更具有实际意义。因此, 本文的研究为库存管理实践提供了理论指导。

参考文献:

[1] Gupta R, Vrat P. Inventory model for stock-dependent consumption rate [J]. Operational Research, 1986, 23: 19-241.

[2] Padmanabhan G, Vrat P. Inventory models for perishable items under stock dependent consumption rate [R]. Trivandrum, Indial: Paper Presented at the XXIst Annual ORSI Convention, 1988.

[3] Padmanabhan G, Vrat P. EOQ models for perishable items under stock dependent selling rate [J]. European Journal of Operational Research, 1995, 86(2): 281-292.

[4] Chung Kun-jen, Chu P, Lan Shaw-ping. A note on EOQ models for deteriorating items under stock dependent selling rate [J]. European Journal of Operational Research, 2000, 124(3): 550-559.

[5] 罗　兵, 于会强. 存货影响销售率且销售价格可变的 EOQ 模型[J]. 重庆大学学报, 2002, 25(11): 100-103.

[6] 罗　兵, 熊中楷, 杨秀苔. 存货影响销售率且理论需求为线性时变函数时的 EOQ 模型[J]. 中国管理科学, 2002, 10(6): 66-71.

[7] Goh M. Some results for inventory models having inventory level dependent demand rate [J]. International Journal of Production Economics, 1992, 27: 155-160.

[8] Gob M. EOQ models with generan demand and holding cost functions [J]. European Journal of Operational Research, 1994, 73: 50-541.

[9] Pal S, Goswami A, Chaudhuri K S. A deterministic inventory model for deteriorating items with stock-dependent demand rate [J]. International Journal of Production Economics, 1993, 32: 291-299.

[10] 张小洪, 潘德惠. 一类单一变质性物品存贮系统的最优脉冲控制模型[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2001, 22(5): 131-134.

[11] Sethi S P, Thompson G L. Optimal control theory: Applications to management science [M]. Boston: Martinus Nijhoff Publishing, 1981. 382-383.

(上接第 321 页)

4　结　语

堵塞无法预知的路径选择问题是运输管理的难题, 本文针对一条特殊路径的可恢复 CTP, 提出了以一定的概率分布对等待与迂回策略进行选择的混合策略, 并给出了无偏好和有偏好混合策略及其相应策略下的竞争性能比。这种混合策略虽然不能提供一种确定的行走策略, 但它对行走策略的制定具有指导意义。本文的讨论还有待于进一步深入, 如策略的选择概率满足怎样的分布更接近于现实, 是需要进一步研究的问题。

参考文献:

[1] Papadimitriou C H, Yannakakis M. Shortest paths without a map [J]. In Proc 16th ICALP, Lect Notes in Comp. Sci, 1989, 372: 610-620.

[2] Manasse M S, A McGeoch L, Sleator D D. Competitive algorithms for server problems [J]. Journal of Algorithms, 1990, 11: 208-230.

[3] David S B, Borodin A. A new measure for the study of the on-line algorithm [J]. Algorithmic, 1994, 11: 73-91.

[4] Bar-Noy A, Schieber B. The Canadian traveler problem [J]. Proc The Second Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, 1991. 261-270.

[5] Su B, Xu Y F, Xu Y, *et al*. Online recoverable Canadian traveler problem on a road [J]. Information, 2004, 7(4): 477-486.

[6] 苏　兵, 徐寅峰. 连续网络上的占线可恢复加拿大旅行者问题[J]. 系统工程, 2004, 22(8): 10-13.