

文章编号: 1001-4098(2007)06-0053-04

住房租赁占线算法及其竞争策略*

刘 斌, 崔文田, 辛春林

(西安交通大学 管理学院, 陕西 西安 710049)

摘 要: 研究一个住房租赁占线算法问题, 不同于 Kap^[1]研究的雪橇, 住房具有价值昂贵、使用寿命长的特征, 因此模型引入“买卖存在交易成本, 价格高于交易成本”的假设, 描述一个可二手交易的住房租赁问题的占线决策过程。在该过程中, 理性的决策者在住房使用结束后会权衡住房市值与交易成本变卖住房以降低居住成本。我们对这一问题展开了竞争分析, 获得了一个反映交易环境、行业竞争水平与占线策略及竞争比的等式。等式说明在对未来需求信息了解相同的情况下, 交易市场、行业竞争水平等环境因素决定占线策略及竞争比, 模型对类似环境条件下租赁问题的决策具有借鉴意义。

关键词: 住房租赁; 决策环境; 可二手交易; 竞争分析

中图分类号: F560 **文献标识码:** A

1 引言

由于市场改革的深化、自由劳动力市场的形成, 个人并不能确定在该地区将工作多长时间, 租房还是买房满足居住需要的问题(本文称“住房租赁问题”)是大多数人不得不考虑的问题。对某个人来说, 一直采用租房策略可能会花费了很高的居住成本; 但如果一开始就采用购买策略, 一旦在此地不再需要住房, 购买者将会可能遭受更大的损失^[2,3](如交易成本、机会成本等)。“住房租赁问题”是一个典型的占线问题(online problem), 置房者需要马上做出“租房-买房”的决策, 但他不知道需要住多长时间。关于占线问题决策, 传统的方法是人们根据自己的经验对居住的时间 T 作一个平均意义的估计来寻求最优的方案, 本文则运用近些年优化领域兴起的占线算法(online algorithm)与竞争分析来研究住房租赁问题, 这里对占线算法的优点不作过多讨论, 两种方法的比较见文献^[4]和文献^[5]。占线算法处理该类问题是通过设计占线策略(online strategy), 使得该策略在每一情况所得到的解与最优离线策略(offline strategy)之比总小于等于一常数, 此常数称为该策略的竞争比, 竞争比的大小反映策略的性能。

1.1 已有相关研究

占线租赁问题的研究始于 Kap(1992)提出的著名的“租雪橇”问题^[1], 一个滑雪的初学者不知道他对这项业余运动会感兴趣多长时间, 也就是他不知道他会滑多少次雪, 他每次去滑雪都面临着是租用雪橇还是一次性购买雪橇的问题。文献设计一个竞争策略是: 租用雪橇直至租赁费用累计到几乎与雪橇价格相等时, 然后一次性支付购买雪橇, 该竞争策略可以保证雪橇使用费用不超过最优策略费用的2倍。在“租雪橇”问题被提出之后, 占线租赁问题进一步的研究主要集中在两个方向。一是改善决策者的决策条件、信息知识, 从而改善确定性竞争比使占线策略接近最优策略。如1994年 Karlin 等将未来需求信息表示为一个随机函数, 给出了租赁问题的随机占线算法(randomized online algorithm), 使竞争比达到 $e/(e-1) = 1.582$ ^[6]。1999年, AlBinali 在其金融博弈的风险-回报模型中指出投资者是在可以接受的风险程度上提高对未来信息的预测来获得补偿收益^[7]。2002年, Fujiwara 等将概率分布假设与竞争比分析结合研究租赁问题, 通过作图说明竞争比大约在1.5左右^[8]。2005年, 徐维军等研究了具有几何分布统计特征输入信息的租赁问题, 使竞争比达到1.45836^[9]。二是将基本模型应用于现实中各类问题决策

* 收稿日期: 2006-10-26; 修订日期: 2007-03-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70571062); 国家自然科学基金优秀创新群体项目(70121001); 国家杰出青年基金资助项目(70525004)

作者简介: 刘斌(1971-), 男, 湖南双峰人, 西安交通大学管理学院博士研究生, 研究方向: 机制设计及占线算法; 崔文田(1958-), 男, 陕西米脂人, 西安交通大学管理学院管理科学系主任, 教授, 博士生导师, 研究方向: 网络优化; 辛春林(1971-), 男, 江西景德镇人, 西安交通大学管理学院博士研究生, 研究方向: 物流配送及占线算法。

支持;如1998年, Irani 等研究了当购买价格波动而租赁费用不变的情况下,给出了确定性和随机性算法的竞争比上下界^[10]。1999年, El-Yaniv 等讨论了存在利率情况下的占线租赁问题,分别给出了最优的确定性算法(竞争比大小在区间 $[3/2, 2)$)和最优的随机算法(竞争比大小在 $[4/3, 1.582)$)^[11]。2006年,马卫民等研究价格连续型租赁问题,给出一般情形下该问题的竞争比为 $2^{[12]}$ 。国内有关基本模型的更多应用研究见文献[13]、文献[14]、文献[15]。以上的研究都假定设备的价值随设备使用时间的结束而消失,设备购买没有交易成本。而在现实生活中,类似住房、汽车等价格昂贵、使用寿命长的设备,在使用时间结束仍具有很高的价值。因此,运用以上模型来指导此类设备的租赁决策会提高设备的使用成本,同时忽略设备买卖过程中的交易成本,会忽略市场环境对决策的影响。

1.2 本文的研究思路

本文的模型假定:住房的买卖是存在交易成本的,价格高于交易成本,当住房不使用时是可二手交易的,理性的决策者会在住房使用完之后出售以降低使用成本。文中用租赁市场的平均利润率 r (指销售利润率)来表示行业的竞争水平,用 C_T 表示市场的交易成本。利润率越低,则行业的竞争越激烈,行业中各种力量的相互竞争,市场信息充分显示,交易成本低,决策者的决策环境得到改善直到决策者总是能做出最优决策的完全市场(经济学假定在完全市场中个人总能做出正确的选择)。相反,利润率越高则竞争不激烈,市场信息不能充分显露,交易成本高,决策者决策环境恶化。本文首先给出了一个未来需求信息完全未知的“可二手交易的住房占线租赁模型”,然后通过竞争分析得到一个反映交易环境、行业竞争水平与占线策略及竞争比的等式。等式说明在对未来需求信息了解相同的情况下,交易市场、行业竞争水平等环境因素决定占线策略及竞争比。之后,分析了三种不同的市场竞争水平下最优占线策略与离线策略比较的情况和模型的经济政策含义。

2 问题的描述与数学模型

2.1 问题的提出

某个人在一地区获得了工作机会,需要一套住房满足日常工作、生活,他有租或者购买两种方案可以选择。假设某人在该地区将要居住的时间是 T ,若 T 是已知的,则问题是一个离线问题(offline problem)。问题的求解较为容易,当租房成本超过购房成本时,选择购买;相反,则选择租房。然而现实中 T 往往是不能事先知道,此时的决策并非简单的计算和大小的比较。标准的“租雪撬模型”给出了一个“不考虑市场环境(交易税、信息费等交易成本),价值随使用时间结束而结束”的确定性竞争比 $2-1/B$ (假定每期的租金为 $1, B$ 为设备价格)。该模型得出的一般性结论

是:当面对不断增加的小额费用和一次性的巨额费用支出的决策时,决策者应该在小额费用累计到与巨额费用几乎相等时,然后一次性支付巨额费用。当将该模型的策略运用于“住房租赁问题”的决策时,我们发现如果一个人在某地区居住足够长,他需要2套住房的成本来满足居住需求。这意味着在上海、北京等大城市,我们需要大约200万人民币来满足住房需求,在中小城市也需要大约50万人民币来满足住房需求。这个决策结果对我们来说并不是一个满意的答案,原因是该策略假定房子的价值随使用时间的结束而消失,并且不考虑交易成本和行业环境对策略时刻的影响,因此使得居住成本升高。本文则研究了“买卖住房存在交易成本,使用时间结束后仍具有价值,理性的决策者为了减少费用,在使用结束后会变售房子”。因此,竞争比和策略时刻不仅与占线策略的选择和居住时间 T 信息的了解有关,还和决策者所处的市场环境有关。

2.2 数学模型及假设

设 T 为居住的时间, A 为房子单位时间内的折旧, H 为单位时间房租, C_T 为交易成本(为已知常数),置房者必须在当期做出租房还是买房的决策。

模型的假设

假设1:新房子的价格没有变化,旧房子的价格等于新房子价格减去总折旧;

假设2:设备存在交易的价值,购买的交易成本与卖出的交易成本相等;

假设3: $H > A$,不如此设备租赁公司就会处于亏损状态;

假设4: $2C_T + A > H$,不如此决策者总是会在0时刻购买住房。

本文关于置房问题的研究都是基于以上假设。

离线的最优解

引理 当居住时间 T 为已知时,离线最优解是

$$C_{OPT}(T) = \min\{HT, AT + 2C_T\} \quad (1)$$

个人有两个策略行为:租赁策略 $y_1 = HT$,购买策略 $y_2 = AT + 2C_T$,且 $H > A$,可知随居住时间 T 的增长,租赁策略费用函数斜率大于购买策略——即费用增长快于购买策略,但购买策略有一个初始费用 $2C_T$ 。所以,当 $T < \frac{2C_T}{H-A}$ 时,租赁住房所花居住成本 $y_1 = HT$ 是最优策略;当 $T > \frac{2C_T}{H-A}$ 时,购买住房所化居住成本 $y_2 = AT + 2C_T$ 是最优策略。

占线置房策略的费用函数

当置房者对需要居住的时间 T 无从知道时,就变成一个复杂的占线求解问题。设占线置房者的一般策略为:租赁到 t 时刻后购买住房,则占线策略的费用为

$$C_{ON}(T) = \begin{cases} HT, & T \leq t \\ HT + A(T-t) + 2C_T, & T > t \end{cases} \quad (2)$$

若实际居住时间 $T < t$, 置房者一直租赁房子费用为 Ht ; 若实际居住时间 $T > t$, 置房者在 t 时刻之前租赁住房, t 之后购买住房费用为 $Ht + A(T - t) + 2C_T$.

占线租房问题的竞争比:

根据竞争分析理论^[4,5], 如果对于任意居住时间 T , 存在一个常数 c , 使得占线策略的费用满足 $C_{ON}(T) \leq c \cdot C_{OPT}(T)$, 则说占线策略具有竞争比 c , 竞争比 c 反映了占线策略与离线策略的接近程度。

3 竞争策略与竞争比分析

根据上面费用函数, 设计一个未来需求信息为未知的占线策略, 使占线策略比较离线策略总是小于等于常数 c , 可以得到以下定理。

定理 设计占线租房策略, 令 $t = \frac{2C_T}{H-A} - 1$, 即租赁住房一直到 $\frac{2C_T}{H-A} - 1$ 时刻, 之后购买住房; 该策略的竞争比为 $1 + \frac{(H-A)(2C_T - (H-A))}{2HC_T}$, 且该策略为最优的占线策略。

定理的含义是: 对价格昂贵可二手交易设备租赁问题的竞争策略是, 租赁设备至租金与购买使用成本(折旧)差额累计几乎达到购买和出售设备的交易成本之和时, 然后一次性支付购买设备。它可以保证居住成本不超过相应的最优策略成本的 $1 + \frac{(H-A) \times (2C_T - (H-A))}{2H \times C_T}$ 倍, 因为有假设 $H > A$, 总有 $H > H - A$, $2C_T > 2C_T - (H - A)$, 则有竞争比总小于 2。

通过引入交易成本变量, 设备是可以变售的假定, 得到一个与市场交易环境和竞争水平相关最优的占线租赁策略和竞争比等式。最优占线策略是租赁住房至 $t = \frac{2C_T}{H-A} - 1$ 之后购买住房, 策略的购买时机 (t) 由市场的交易环境 (C_T) 和租赁行业的赢利水平 ($H - A$) 决定。占线策略的竞争比 $1 + \frac{(H-A)(2C_T - (H-A))}{2HC_T}$ 则主要由反映租赁行业竞争水平的行业利润率 $r = \frac{H-A}{H}$ 决定。下面分别给出了三不同市场竞争水平下的竞争比大小, 并说明了竞争比等式的政策含义。

3.1 不同市场竞争水平下的竞争比情况

在任意市场竞争水平下的竞争比

竞争比等式 $1 + \frac{(H-A)(2C_T - (H-A))}{2HC_T}$ 说明任意市场竞争水平下, $c < 2$;

行业利润率 $r = \frac{H-A}{H} = 10\%$ 的情形, 将 $r = 10\%$ 代入等式可得竞争比 $c < 1.1$;

行业利润率 $r = \frac{H-A}{H} = 0$ 的情形, 将 $r = 0$ 代入等式得到最优竞争比 $c = 1$ 。等式 $r = \frac{H-A}{H} = 0$ 经济学上的含义

是“完全竞争市场”, 也就是说当一个决策者处在“完全竞争市场”时, 即使是占线问题也能做出最正确的决策, 这与是经济学中关于“完全竞争市场”的假设是相吻合的。

从上面三种不同市场竞争水平下的竞争比较分析可知: 在对未来需求信息了解程度相同的条件下, 决策者所处的市场环境决定了其最优占线策略的竞争比。因此, 在相同的决策环境下, 运用相同的最优占线策略对不同类别的产品进行决策能得到同样满意的竞争比, 模型对决策者在类似问题的决策具有借鉴意义。

3.2 竞争比等式的政策含义

从 $r = \frac{H-A}{H} = 0$ 的分析, 我们得到的结论是“完全竞争市场”能最大程度地改进我们对占线问题的决策。然而当市场并不处于“完全竞争市场”, 市场管理者也能有所作为。等式 $[2C_T - (H - A)] = 0$ 给我们答案, 当市场处于 $2C_T > H - A$ (即“不完全竞争状况”)时, 管理者可以调整政策(降低税收等)、采取加强房地产市场信息发布等措施来降低交易费用到 $C_T - H - A$, 从而使决策者在一开始就购买住房, 降低对租房的需求, 可以减低租赁市场的价格, 使市场向“完全市场”接近, 提高决策者的决策准确性。

4 结论

在现实生活中存在许多的占线租赁问题, 占线算法及竞争分析对提高此类问题的决策效率和满意度有着广泛的应用前景。虽然自 Kap (1992) 提出了著名的“租雪撬模型”之后, 有许多学者就完善决策者个人的信息和基本模型的应用展开研究并取得了显著的成果, 但因为基本“租雪撬模型”的假设缺陷, 使模型对价格昂贵、使用寿命长的设备租赁问题的决策不能进行有效的解释。本文所讨论“存在交易成本、可二手交易的占线租赁模型”将交易成本和行业竞争水平等决策环境因素引入基本的“租雪撬模型”, 解释了交易成本、行业竞争水平对租赁问题决策的影响及对市场制度设计的含义。设计了最优的占线策略: $t = \frac{2C_T}{H-A} - 1$, 得到确定性最优占线策略解 $C_{ON} = Ht + A(T - t) + 2C_T = C_{OPT} + 2C_T - (H - A)$, 与标准“租雪撬模型”的结果 $C_{ON} = B(2 - 1/B)$ (B 为房子价格)相比, 降低了满足住房需求的居住成本, 对处于类似决策环境下、不同设备租赁问题的决策具有借鉴意义。

参考文献:

- [1] Kap R M. Online algorithms versus offline algorithms how much is it worth to know the future [A]. Processing of the IFIP 12th world computer on algorithms, software, architecture-information processing[C]. 1992, 1-1: 416~ 429.
- [2] Shelton J P. The cost of renting versus owning a home[J]. Land Economics, 1968, 44: 59~ 72.

- [3] 蔡晓钰, 陈忠, 蔡晓东, 刘志刚 租赁还是购置: 个人住房投资的时机选择问题[J]. 系统工程学报, 2006, 3: 280~ 286
- [4] Borodin A, El-Yaniv R. Online computation and competitive analysis [M]. Cambridge University Press, 1998
- [5] Sleator D D, Tarjan R E. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. Communication of the ACM, 1985, 28: 202~ 208
- [6] Karlin A R, et al. Competitive randomized algorithms for non-uniform problem [J]. Algorithmica, 1994, 11(6): 542~ 571.
- [7] AlBinali S. A risk-reward framework for the competitive analysis of financial game [J]. Algorithmica, 1999, 25: 99~ 115
- [8] Fujiwara H, Iwama K. Average-case competitive analysis for ski-rental problems[J]. ISAAC, 2002: 476~ 488
- [9] 徐维军, 徐寅峰, 卢致杰. 具有几何分布统计特征的在线租赁竞争分析[J]. 预测, 2005, 24(2): 46~ 51.
- [10] Irain S, Ramathanan D. The problem of renting versus buying[Z]. Personal Communication, 1998
- [11] El-Yaniv R, Kaniel R, Linal N. Competitive optimal on-line leasing [J]. Algorithmica, 1999, 25: 116~ 140
- [12] 马卫民, 陈国青. 价格连续型局内设备租赁问题的竞争分析[J]. 系统工程理论与实践, 2006, (4): 90~ 96
- [13] 徐寅峰, 徐维军, 卢致杰. 存在市场利率条件下的占线租赁策略研究[J]. 系统工程, 2005, 23(3): 29~ 34
- [14] 辛春林, 崔文田, 徐寅峰. 局内故障产品处理问题与竞争算法[J]. 系统工程, 2003, 21(3): 95~ 100
- [15] 徐维军, 徐寅峰, 卢致杰, 徐金红. 占线决策问题及竞争分析方法[J]. 系统工程, 2005, 23(5): 106~ 110

Online Algorithm and Competitive Strategy for House-Renting Problems

L U Bin, CU I Wen-tian, X N Chun-lin

(School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract This paper set up a house-renting online problem. A house is different to the ski that Karp studied. So the model postulated that it brought up transaction cost during buying and selling process but the price of goods was more than transaction cost so that a rational person always sold off equipment to reduce cost after it was not required. The factors such decision-making environment as trade market, the competitive degree in industry influence the competitive ratio of online strategy. So a person could gain a same outcome when he made decisions for the similar renting-buying problems by using the best online strategy in the similar decision environment. The study of model could instruct decision-making for the similar problems in the similar decision environment.

Key words Home-renting; Decision Environment; Second-hand Transaction; Competitive Analysis