

相空间重构及其在经济预测中的应用

贺兴时

徐寅峰

(西北纺织学院基础部) (西安交通大学管理学院)

相空间重构技术是非线性动力学中发展起来的一种由一维时间序列对系统进行刻画及预测的较为有效的可操作方法。这一方法在研究经济系统中某些经济指标的固有特征以及对该指标进行预测中具有较强的应用价值。本文结合该技术的新研究成果对其在经济预测中应用以及尚存在的技术问题展开讨论。

1 相空间重构技术

在许多现实系统的研究中,由于某些客观条件的限制,我们只能观测到系统某个单一指标的时间序列。以往的方法多是通过统计分析对系统进行定性与定量的刻画,同时基于对系统基本结构的假设来进行对系统的预测。在非线性的动力学研究中,塔肯斯(Takens)于1980年^[1]证明了由一维数据通过相空间重构方法来构造系统的奇异吸引子是可能刻画系统特征的这一重要结论,从而为相空间重构技术广泛应用于系统特征描述以及系统状态预测提供了理论依据。

相空间重构的基本方法是通过一维的时间序列,选择适当的嵌入空间,将原始的一维时间序列转化为多维空间中的一个点序列,然后求出高维空间中所得到的点序列的相关分形维数进而寻找系统在高维空间的吸引子(或奇异吸引子)。根据吸引子的形状可得到系统相空间的最小维数。这样就可以构造出系统所固有的多维相空间。由此可根据系统的其它特征就可以建立起系统运行的一个与实际比较吻合的模型。

相空间重构的过程主要有以下几个步骤:

(1) 通过收集或实际测量求得系统某一指标的一维时间序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$;

(2) 选择嵌入空间维数 m ,然后将序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$ 嵌入到 m 维空间,具体的嵌入方法是将 $\{x_i\}_{i=1}^N$ 转化为 m 维空间的一个点序列 $\{x_i\}_{i=1}^{N-m+1}$,其中 $x_i = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}]^T$;这样就可以得到一个与 $\{x_i\}_{i=1}^N$ 相对应的 m 维空间的一个点序列 $\{x_i\}_{i=1}^{N-m+1}$ 从而完成了将原始时间序列嵌入到 m 维空间的过程;

(3) 计算序列 $\{x_i\}_{i=1}^{N-m+1}$ 所对应点集的相关维数(Correlation Dimension)^[2],

$$D_c = \frac{mc(\epsilon)}{m(\epsilon)}$$

其中 $c(\epsilon) = \frac{1}{N^2} \{ \|x_i - x_j\| < \epsilon \text{ 的点对的个数} \}$, ϵ 为选取的一个较小的正数。

在理论分析中,通常取

$$D_c = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{mc(\epsilon)}{m(\epsilon)}$$

其中 $c(\epsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \{ \|x_i - x_j\| < \epsilon \text{ 的点对的个数} \}$ 。但是在实际问题的研究中,初始序列 $\{x_i\}_{i=1}^N$ 是一个有限时间序列,所以 ϵ 大小的选取往往要根据具体问题的特点来决定,并且要求 $x_i = x_0(t + i\tau)$, $i = 1, \dots, N$,其中 τ 为时间间隔。

对于系统只需测量一个状态变量或系统的其他变量无法直接测量的情况下,用相空间重构方法研究系统的吸引子是一个比较有效的方法。

在应用相空间重构来从一维时间序列研究具体系统时,实际上隐含着如下的基本假设:

1) 系统具有确定性(如物理或力学中的可重复系统)或符合某种统计分布;

2) 所获得的初始时间序列与真实的系统指标值的误差较小;

3) 要有充分多的初始数据值。文献^[3]、^[4]中均指出了构造一定的维数所需初始数据的下限;

只有在满足如上述3个条件的情况下,用相空间重构方法所得的吸引子才有可能较真实地刻画原系统的特征(对于某些特殊的系统往往还需要一些其他的假定)。

2 经济预测

上一节所介绍的相空间重构方法从叙述上来看似乎简单且实用,然而在实际应用中却有许多具体的限制,尤其是在研究经济系统的有关预测问题时又有许多需要进一步仔细研究的问题。首先应注意到经济系统不同于一般的可用数学准确描述的系统。经济系统的如下特征在一定程度上阻碍了相空间重构方法在经济方面的推广应用:

(1) 经济系统是一个复杂巨系统,它不是几个简单变量可以准确刻画系统;

(2) 经济系统包含大量的非确定因素,就目前的技术手段来说,还无法建立其准确的运行方程;

* 收稿日期: 1993-06-15 本课题由陕西自然科学基金和中科院管理、决策、信息开放实验室资助



(3) 经济系统中,其信息的收集是有限的(主要包含数据量的有限性和数据准确性的有限性),它包含了许多测不准的因素^[5];

(4) 经济系统的不可逆性在很大程度上妨碍了对系统建模好坏的评判和修正;

(5) 经济系统的多状态性,即系统在一定时期内由于诸多微观因素的非线性作用而导致系统状态的不可预测性^[6]。

经济系统(或某一经济指标)预测方法的好坏往往在于对系统必然趋势的把握程度。如果能很好地掌握系统运动的内在规律,那么预测是可行的,并且预测的结果应该是与实际情况相吻合的。否则用某一预测方法在没有揭示系统运动固有特征的条件下进行预测,所得到的结果往往会与实际情况相去甚远。

基于这一分析,重新考查一下上一节所介绍的相空间重构方法。对于某一经济指标 $x(t)$,不妨假设我们已经掌握其时间序列 $\{x(t_0 + n\tau)\}_{n=1}^N$;对于这样的一组原始数据,其中应包含指标 $x(t)$ 在运动过程中所固有的某种内在规律,同时也包含着在时间 $[t_0, t_0 + n\tau]$ 期间内外部环境的短期行为以及某些随机因素的影响。若要将 $x(t)$ 的运行机制找出来,必须首先对 $\{x(t_0 + n\tau)\}_{n=1}^N$ 进行预处理(否则直接应用相空间重构方法于 $\{x(t_0 + n\tau)\}_{n=1}^N$,可能得不到任何结果或者得到的结果无法说明其经济含义)。预处理的过程是在 $\{x(t_0 + n\tau)\}_{n=1}^N$ 的基础上去掉在 $[t_0, t_0 + n\tau]$ 时间内短期行为以及随机因素的影响。例如在文献^[7]中,作者首先对其掌握的原始数据进行了去掉趋势化因素影响的工作,然后应用相空间重构方法于经过预处理后所得到的新数据。

在对原始数据进行预处理之后,可得到一个新的派生时间序列 $\{x^*(t_0 + n\tau)\}_{n=1}^N$ 。应用相空间重构方法于 $\{x^*(t_0 + n\tau)\}_{n=1}^N$,在 N 适当大的情况下即可得到指标 $x^*(t)$ 在一定嵌入空间的分形维数 $D(x^*)$ 。然后根据指标 $x^*(t)$ 所满足的基本运行条件建立一个自变量个数为 $[D(x^*)]$ ($[x]$ 表示对实数 x 上取整)的运行方程, $x^*(t) = F(x_t)$,其中 x_t 为由 $[D(x^*)]$ 个自变量组成的系统变量。在进行实际预测时,必须加上当时经济环境以及可预测因素的影响,以所得到的结果来做为指标 $x(t)$ 在时刻 t 的真实值。这样的结果在没有重大不可预测事件发生的情况下,应该与实际指标值具有较好的吻合程度。

3 应用相空间重构方法所存在的问题

在应用相空间重构方法来对系统进行刻画时,要求数据有一定的准确性和相当大的数据量,同时要求数据在时间上是等间隔的,这一间隔往往同样具有一定的限制(时间间隔过小往往难以区分数据间的差异,而时间间隔过大又往往难以用来刻画系统的特征)。除了这些方法本身的要求外,在应用相空间重构方法来研究经济问题时,我们还时常面临如下几个困

难:

(1) 许多经济指标的原始数据的准确性难以保证;

(2) 原始数据的数据量不够或数据不全面;

(3) 数据的时间间隔过大;

以上三条是来自经济数据本身的问题,在对原始数据进行预处理的过程中,我们会遇到更大的问题。这就是我们往往难于将原始数据时间间隔内[指由 t_0 到 $t_0 + n\tau$ 的时间]的短期行为和随机因素所造成影响消除,这主要是因为对已过去的经济行为的相关信息了解不够全面。在对未来的经济指标进行预测时,相空间重构方法一般仅适用于预测系统内部机制所导致的必然结果,所以尽管在实际预测时我们加上了由于可预测外部环境所造成的影响,但是也只有在经济状态处于相对稳定时期这一预测方法才有可能与未来的实际经济指标比较好地吻合。在经济系统处于不稳定或类似于混沌状态的时候,由于此时外部经济环境难以估计,所以这时相空间重构方法并不适用于进行经济预测^[8]。

综上所述,相空间重构方法应用于经济预测研究是大有潜力的,在理论上来说是可行的;在实际应用的过程中,随着对经济内部运行机制的进一步揭示,许多问题将会得到较好的解决。需要指出的是目前应用于相空间重构方法来对我国某些经济指标进行预测的实例研究并不多,是我们应加紧研究的一个重要课题。

参 考 文 献

- [1] Takens F., in *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick, 1980, edited by D. A. Rand and L. S. Young. *Lecture Notes in Mathematics*, Vol. 898 (Springer - Verlags New York, 1981), P366
- [2] Takens F., On the numerical determination of the dimension of an attractor. In *Dynamical Systems and Bifurcations*, edited by B. L. J. Brankema, 1985
- [3] Grassberger P., Procaccia I., *Phys. Rev.*, 50(5): 346 - 349, 1983
- [4] 洪时中. 对维数计算基本限制的重要修正. *科学通报*, Vol. 38, No. 23, 2207 - 2208, 1993
- [5] 王刊良, 徐寅峰. 经济系统测不准性和预测. *预测*, 1994(2): 56 ~ 59
- [6] 徐寅峰, 汪应洛. 混沌与经济预测. *预测*, 1993(3): 40 ~ 45
- [7] Chen P., Mutiperiodicity and irregularity in growth cycles: A continuous model of monetary attractors, *Mathl. Comput. Modelling*, Vol. 10, No. 9, 647 - 660, 1988
- [8] Wigdorowitz B., and Petrick M. H., *Modelling concepts arising from an investigation into a chaotic system*, *Mathl. Comput. Modelling*, Vol. 15, No. 8, 1 - 16, 1991